FICHE RECAPITULATIVE INTEGRALES

1) Calcul élémentaire : la majorité des intégrales se calcule en "reconnaissant" la dérivée d'une fonction composée

$$\boxed{[g(u)]' = g'(u) \times u'}$$

à une constante multiplicative près, que l'on introduit en "terme correctif". On utilise en particulier

$$[u^r]' = ru^{r-1} \times u' \quad , \quad (\sin u)' = \cos u \times u' \quad , \quad (\cos u)' = -\sin u \times u' \quad , \quad [e^u]' = e^u \times u'.$$

2) Lorsqu'on n'a que des pôles simples (réels ou complexes), **les primitives des fractions rationnelles** s'obtiennent par décomposition en éléments simples et utilisation des formules

$$\boxed{\int \frac{u'}{u} dx = \ln|u| \ , \ \int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right)}$$

3) La **formule d'intégration par parties** s'écrit

$$\boxed{\int_a^b u'v dx = \Big[uv\Big]_a^b - \int_a^b uv' dx}$$

4) Pour effectuer **un changement de variable** $x = g(t)$ dans l'intégrale $\int_a^b f(x)dx$:
a) On remplace x en fonction de t dans $f(x)$.
b) On remplace dx en fonction de t et dt grâce à la notation de Leibniz $\frac{dx}{dt} = g'(t)$.
c) On remplace les bornes pour x par les bornes pour t.

5) L'intégrale d'une **somme** est égale à la somme des intégrales :

$$\boxed{\int_a^b [f(x) + g(x)]\, dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx}$$

6) Les constantes se **mettent en facteur** dans les intégrales : si $\lambda \in \mathbb{R}$ est une constante,

$$\boxed{\int_a^b \lambda f(x)dx = \lambda \int_a^b f(x)dx}$$

7) La **relation de Chasles** s'écrit :

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx}$$

8) Si f est **paire** (graphe symétrique par rapport à Ox), alors

$$\boxed{\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx}$$

Si f est **impaire** (graphe symétrique par rapport à O), alors

$$\boxed{\int_{-a}^a f(x)dx = 0}$$